176 **26. a)** (2) Von dem Flächeninhalt des Halbkreises mit dem Radius 24 cm wird der Flächeninhalt der vier kleinen Halbkreise mit dem Radius 6 cm subtrahiert.

$A = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (24\,cm)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (6\,cm)^2 = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (24\,cm)^2 - 2 \cdot \pi \cdot (6\,cm)^2$

$\approx 678{,}58\,cm^2$

$u = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 24\,cm + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 6\,cm = \pi \cdot 24\,cm + 4 \cdot \pi \cdot 6\,cm \approx 150{,}8\,cm$

(3) Von dem Flächeninhalt des Halbkreises mit dem Radius 24 cm wird der Flächeninhalt der acht kleinen Halbkreise mit dem Radius 3 cm subtrahiert.

$A = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (24\,cm)^2 - 8 \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (3\,cm)^2 = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (24\,cm)^2 - 4 \cdot \pi \cdot (3\,cm)^2$

$\approx 791{,}68\,cm^2$

$u = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 24\,cm + 8 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 3\,cm = \pi \cdot 24\,cm + 8 \cdot \pi \cdot 3\,cm \approx 150{,}8\,cm$

b) Bei jedem Schritt werden vom Flächeninhalt des großen Halbkreises immer doppelt so viele Halbkreise mit einem halb so großen Radius abgezogen. Der Flächeninhalt eines kleinen Halbkreises ist aber nur ein Viertel des Flächeninhalts eines kleinen Halbkreises im Schritt davor. Der Flächeninhalt der kleinen Halbkreise wird also von Schritt zu Schritt halbiert, wird also immer kleiner.
Vom Flächeninhalt des großen Halbkreises wird also immer weniger subtrahiert. Der Flächeninhalt nähert sich also immer mehr dem Flächeninhalt des Halbkreises:

$A = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (24\,cm)^2 \approx 904{,}78\,cm^2$

Der Umfang ändert sich nicht: $u = 2 \cdot \pi \cdot 24\,cm \approx 150{,}8\,cm$

5.3 Kreisausschnitt und Kreisbogen

177 **Einstieg:**

a) Oberes Ende: $2 \cdot \pi \cdot 60\,cm \cdot \frac{170°}{360°} \approx 178{,}0\,cm$

Unteres Ende: $2 \cdot \pi \cdot 10\,cm \cdot \frac{170°}{360°} \approx 29{,}7\,cm$

b) $A = \pi \cdot (60\,cm)^2 \cdot \frac{170°}{360°} - \pi \cdot (10\,cm)^2 \cdot \frac{170°}{360°}$

$\approx 5\,340{,}71\,cm^2 - 148{,}35\,cm^2 = 5\,192{,}36\,cm^2 \approx 52\,dm^2$

179 **2. a)** $A = 8{,}1\,cm^2$

b) Der Flächeninhalt des Kreisausschnitts ist genauso groß wie der Flächeninhalt eines Dreiecks mit der Grundseite k und der Höhe h.

3. a) $A_\alpha \approx 6{,}70\,cm^2$; $b \approx 1{,}68\,m$ **b)** $A_\alpha \approx 61{,}81\,m^2$; $b \approx 25{,}2\,m$

c) $A_\alpha \approx 12{,}15\,dm^2$; $b \approx 7{,}6\,dm$

4. –

179 5.

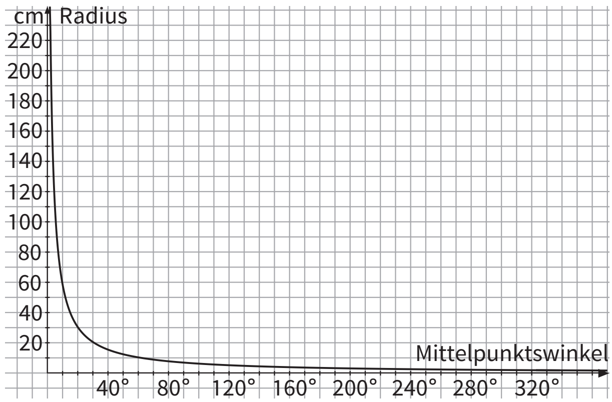
	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
r	5 cm	86 mm	6 cm	9 m	6 cm	12 cm	20 cm
α	35°	249°	203,7°	79,6°	143,2°	119,4°	149°
A_α	7,64 cm^2	16 071,03 mm^2	64 cm^2	56,25 m^2	45 cm^2	150 cm^2	520 cm^2
b_α	3,1 cm	374 mm	21,3 m	12,5 m	15 cm	25 cm	52 cm

Anmerkung: Unterschiedliches Runden und Reihenfolge der Berechnungen können leicht abweichende Ergebnisse ergeben.

6. Ja, denn $u = 2r\pi > r$ und für b gilt: $0 < b \leq u$
Durch Probieren findet man $\alpha \approx 57°$; genauer $\alpha \approx 57{,}3°$.

7. **a)** Mittelpunktswinkel → Kreisradius: $r = \frac{180 \cdot 10}{\pi} \cdot \frac{1}{\alpha}$

$$r = 572{,}96 \cdot \frac{1}{\alpha};\quad 0 < \alpha \leq 360°$$



b) Es liegt eine indirekt proportionale Zuordnung vor.
Die Gesamtgröße ist $\frac{3600}{2\pi} = \frac{1800}{\pi} \approx 573$.

Im Blickpunkt: Die Zahl π in der Geschichte der Menschheit

180 1. Durchmesser: 10 Ellen
Umfang: 30 Ellen
Näherungswert für π: $\frac{u}{d} = 3$

2. $600\,000 \cdot 7\,500$ km = 4 500 000 000 km = 4 500 000 000 000 000 mm
Wir wissen, dass der berechnete Wert von Al-Kasi für 2π für alle angegebenen Stellen richtig ist: 6,2831853071795865
Der Fehler (an der nächsten Nachkommastelle) zu dem richtigen Wert von π kann höchstens 0,00000000000000005 betragen. Für den Umfang des Universums, wie Al-Kasi ihn berechnete, erhält man also höchstens folgende Fehler:
4 500 000 000 000 000 mm · 0,00000000000000005